

Prompt and accurate sky localization of gravitational-wave sources

森崎宗一郎¹、Vivien Raymond²

¹RESCEU、² カーディフ大学

2019 12/27

パラメーター推定

MCMC や Nested sampling などのサンプリング手法を用いた星の質量 (m_1, m_2)、スピン (χ_1, χ_2)、連星の位置などの推定

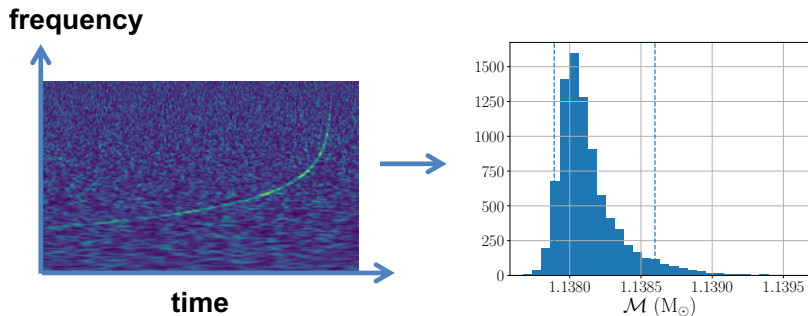


Figure: パラメーター推定の概念図、 $\mathcal{M} \equiv (m_1 m_2)^{3/5} / (m_1 + m_2)^{1/5}$

パラメータ推定による位置測定の改善

高速位置特定ソフトウェア Bayestar[1] の位置推定の改善

[1]: L. P. Singer and L. R. Price, Phys. Rev. D **93**, no. 2, 024013 (2016)

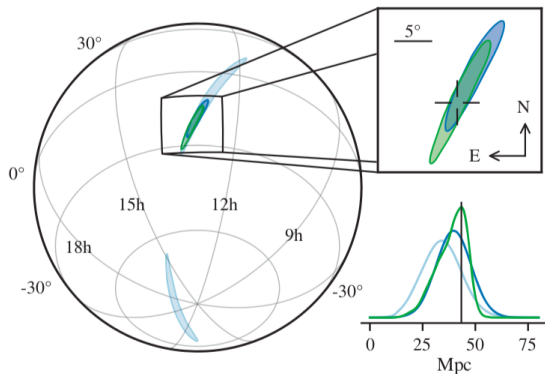


Figure: GW170817 の位置推定 青: Bayestar、緑: update

計算時間の問題

GW170817 では約 50 日かかった。 <https://gcn.gsfc.nasa.gov/gcn3/21983.gcn3>
連星中性子星 (BNS) のパラメータ推定は一般に数週間～数年かかる。

これは、各サンプリングステップで

- BNS 信号が長く (> 100 s)、
- BNS 信号の周波数が高いため (> 1000 Hz)、

$> 10^5$ 個の周波数サンプル上で重力波の計算が必要なため。

なんとかして計算回数を減らしたい。

Reduced Order Quadrature (ROQ)

BNS 信号は $> 10^5$ 次元のベクトルと思える。

BNS 信号がなす空間はもっと低次元の部分ベクトル空間

$$\vec{h} \simeq \sum_{k=1}^K c_k \vec{e}_k. \quad (1)$$

計算回数が K 回に $\Rightarrow \sim 10^5/K$ 倍のスピードアップ

P. Canizares *et al.*, Phys. Rev. Lett. **114**, no. 7, 071104 (2015),

R. Smith *et al.*, Phys. Rev. D **94**, no. 4, 044031 (2016).

Reduced Order Quadrature (ROQ)

BNS では $K = \mathcal{O}(1000) \Rightarrow \mathcal{O}(100)$ 倍スピードアップ

P. Canizares *et al.*, Phys. Rev. Lett. **114**, no. 7, 071104 (2015)

しかし、これでも 1 日程度かかる。

cf. Merger 後の UV-blue emission は 1 日スケールで減衰

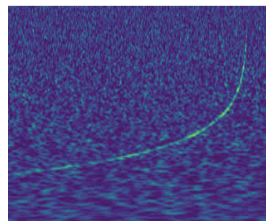
B. P. Abbott *et al.*, Astrophys. J. **848**, no. 2, L12 (2017).

自由中性子崩壊からの数十分スケールの放射

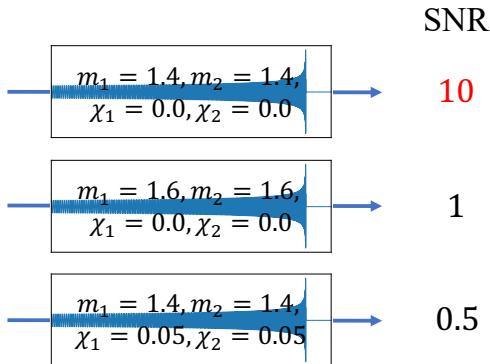
A. Ishii, T. Shigeyama and M. Tanaka, Astrophys. J. **861**, no. 1, 25 (2018).

本研究では、パラメータ推定を更に高速化する新手法、*Focused ROQ* を開発した。

検出時に得られる情報の活用



Data



トリガー値を使ったパラメータ空間の制限

⇒ 信号ベクトル空間の更なる次元削減

有用なパラメターの組み合わせ

どの組み合わせを制限できるか？

⇒ フィッシャー行列の固有ベクトル F. Ohme et al., PRD **88**, no. 4 (2013).

$$\begin{aligned}\mu^1 &= 0.975\psi^0 + 0.207\psi^2 + 0.0833\psi^3, \\ \mu^2 &= -0.220\psi^0 + 0.822\psi^2 + 0.526\psi^3.\end{aligned}$$

ここで

$$\tilde{h}(f) \propto \left(\frac{f}{f_{\text{ref}}}\right)^{-\frac{7}{6}} e^{-i\Phi(f)}, \quad (2)$$

$$\Phi(f) = \psi^0 \left(\frac{f}{f_{\text{ref}}}\right)^{-\frac{5}{3}} + \psi^2 \left(\frac{f}{f_{\text{ref}}}\right)^{-1} + \psi^3 \left(\frac{f}{f_{\text{ref}}}\right)^{-\frac{2}{3}} + \dots, \quad (3)$$

$f_{\text{ref}} = 200$ Hz、 $f_{\text{low}} = 20$ Hz、O2 の LIGO-Livingston の感度を仮定

有用なパラメターの組み合わせ

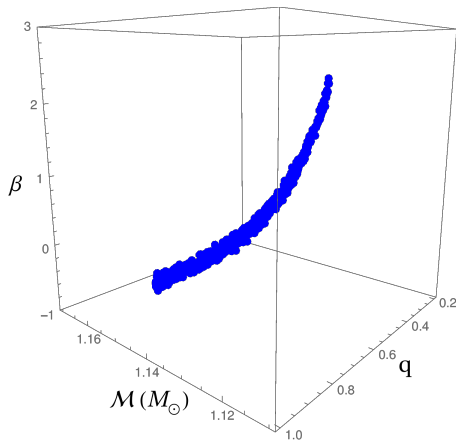


Figure: 連星中性子星のパラメター推定の結果

有用なパラメターの組み合わせ

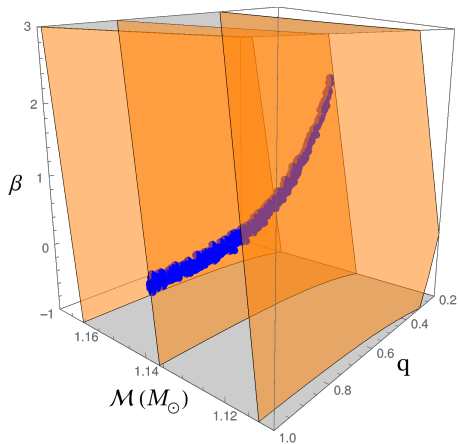


Figure: 連星中性子星のパラメター推定の結果と μ^1 一定面

有用なパラメターの組み合わせ

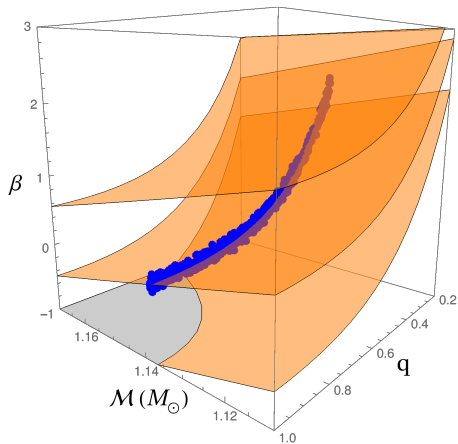


Figure: 連星中性子星のパラメター推定の結果と μ^2 一定面

有用なパラメターの組み合わせ

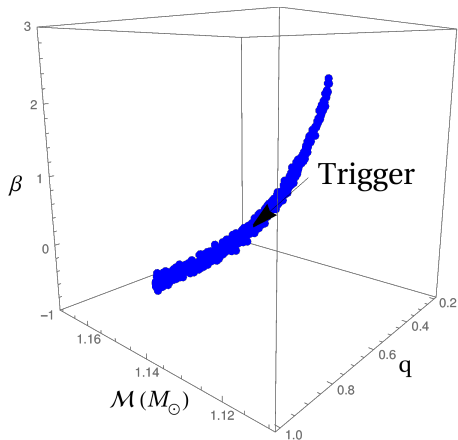


Figure: 連星中性子星のパラメター推定の結果とトリガー値

有用なパラメターの組み合わせ

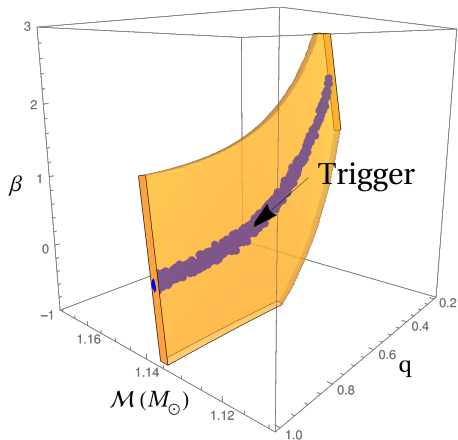


Figure: トリガー値を用いたパラメター空間の制限

$\mu^1 - \mu^2$ の適当な範囲

- トリガー値と真値のミスマッチによる系統誤差：

$$\frac{1}{2} \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta} \left(\hat{\psi}^\alpha - \psi_t^\alpha \right) \left(\hat{\psi}^\beta - \psi_t^\beta \right) < 1.$$

- 雑音による統計誤差：

$$\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta} \left(\psi^\alpha - \hat{\psi}^\alpha \right) \left(\psi^\beta - \hat{\psi}^\beta \right) < \left(\frac{N}{\rho} \right)^2.$$

$N = 3, \rho = 5$ を仮定する。

$\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}$: (時刻・位相について積分した後の) フィッシャー行列
 $\psi_t^\alpha, \hat{\psi}^\alpha$: ψ^α のトリガー値と真値

$\mu^1 - \mu^2$ の適当な範囲

質量・スピンに関する prior の制限も重要

- Low-spin prior:

$$0M_{\odot} < m_1, m_2 < 3M_{\odot}, \quad -0.05 < \chi_1, \chi_2 < 0.05.$$

- High-spin prior

$$0M_{\odot} < m_1, m_2 < 3M_{\odot}, \quad -0.7 < \chi_1, \chi_2 < 0.7.$$

ROQ basis sizes

O2 の感度では、
17,007 (low-spin) or 7,327 (high-spin) 個の基底が必要

TaylorF2 waveform (潮汐変形、歳差運動は無視) では
各基底のベクトルの数は

- 27 – 40 (low-spin)
- 50 – 66 (high-spin)

cf. 従来の ROQ では $\mathcal{O}(1,000)$

従来の ROQ より $\mathcal{O}(100)$ 倍の高速化

合計で $\mathcal{O}(10,000)$ 倍の高速化

実際のデータを用いたテスト

Aug 13, 02:00:00 UTC - Aug. 21, 01:05:00 UTC の
LIGO-Virgo データに信号を注入

質量分布は $\mu = 1.33M_{\odot}$, $\sigma = 0.05M_{\odot}$ のガウス分布 [1]
スピンは 0

GstLAL ソフトウェア [2] を用いた matched filter サーチ
2 台検出器以上で $\text{SNR} > 8$ の場合に検出とする。

Focused ROQ を実装した
LALInference ソフトウェア [3] でパラメーター推定

[1]: F. Ozel *et al.*, *Astrophys. J.* **757**, 55 (2012).

[2]: C. Messick *et al.*, *Phys. Rev. D* **95**, no. 4, 042001 (2017).

[3]: J. Veitch *et al.*, *PRD* **91**, no. 4, 042003 (2015).

バイアスの有無のチェック

パラメーター推定の結果は高速化前と同じ

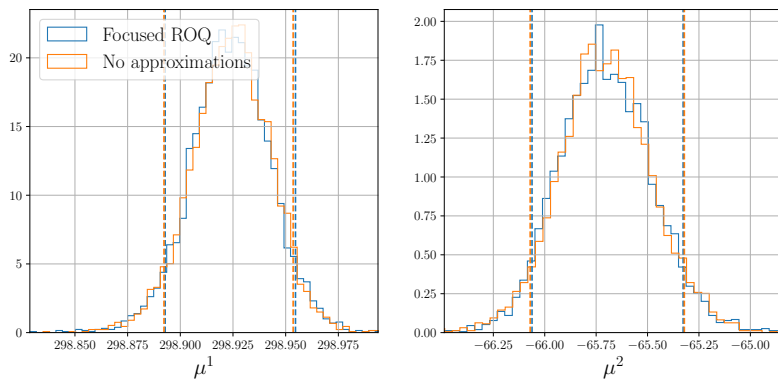


Figure: 高速化後（青）と前（橙）の μ^1 と μ^2 のヒストグラム

190 イベントに対して wall clock time を測定

- 8 – 52 min, **12 min** on median (low-spin)
- 10 – 64 min, **17 min** on median (high-spin)

with 12 cores, Intel Xenon CPU E5-2650 running at 2.2 GHz.

位置推定の改善

112/190 のイベントに対して位置推定が改善

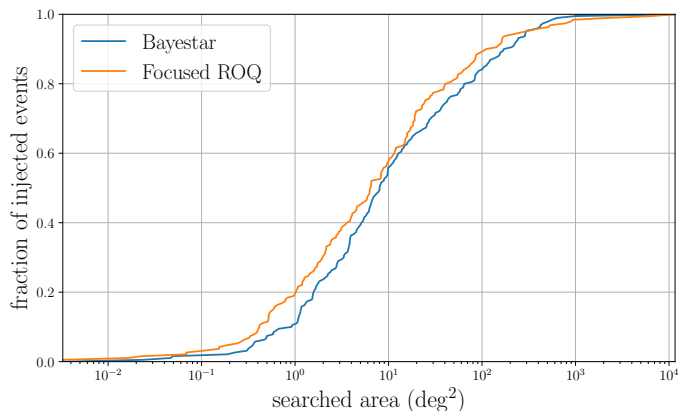


Figure: 各面積内に見つかるイベントの割合

- 連星中性子星（BNS）からの重力波のパラメータ推定は少なくとも数週間程度かかる。
- 検出時のトリガー値に基づきパラメータ空間を制限することで、パラメータ推定を $\mathcal{O}(10^4)$ 倍高速化する新手法、Focused ROQ を開発した。
- これにより、10分程度でBNSの位置推定を改善できる。

GW170817のパラメーター推定

初めて直接検出された連星中性子星 (BNS) からの重力波 [1]

[1]: B. P. Abbott *et al.*, Phys. Rev. Lett. **119**, no. 16, 161101 (2017).

Table: GW170817 の重力波源の性質 ([1] の Table 1 より抜粋)

	Low-spin prior ($ \chi \leq 0.05$)	High-spin prior ($ \chi \leq 0.89$)
\mathcal{M}	$1.188_{-0.002}^{+0.004} M_{\odot}$	$1.188_{-0.002}^{+0.004} M_{\odot}$
q	$0.7 - 1.0$	$0.4 - 1.0$
m_1	$1.36 - 1.60 M_{\odot}$	$1.36 - 2.26 M_{\odot}$
m_2	$1.17 - 1.36 M_{\odot}$	$0.86 - 1.36 M_{\odot}$
χ_{eff}	$-0.004 - 0.17$	$-0.007 - 0.019$
$\tilde{\Lambda}$	≤ 900	≤ 800
d_L	$40_{-14}^{+8} \text{ Mpc}$	$40_{-14}^{+8} \text{ Mpc}$
i	$\leq 55^{\circ}$	$\leq 56^{\circ}$

潮汐変形度の上限から、核物質の状態方程式の新たな制限が得られた。

バイアスの有無のチェック

パラメーター推定の結果は高速化前と同じ

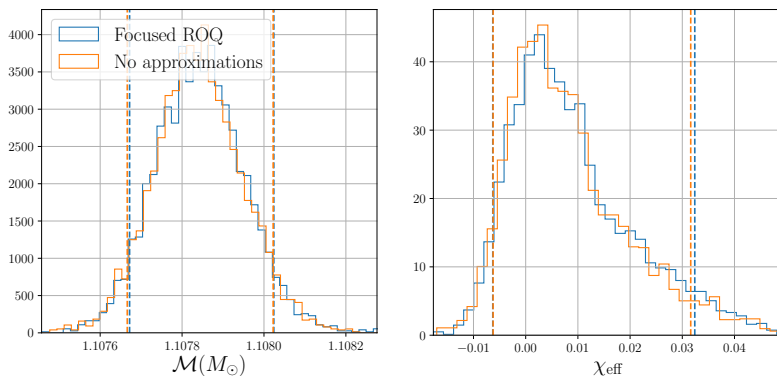


Figure: 高速化後（青）と前（橙）の M と χ_{eff} のヒストグラム

雑多な式

$$\psi^0 = \frac{3}{4}(8\pi\mathcal{M}f_{\text{ref}})^{-\frac{5}{3}},$$

$$\psi^2 = \frac{20}{9} \left(\frac{743}{336} + \frac{11}{4}\eta \right) \eta^{-\frac{2}{5}} (\pi\mathcal{M}f_{\text{ref}})^{\frac{2}{3}} \psi^0,$$

$$\psi^3 = (4\beta - 16\pi)\eta^{-\frac{3}{5}} (\pi\mathcal{M}f_{\text{ref}})\psi^0,$$

$$\eta = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2},$$

$$\beta = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^2 \left[113 \left(\frac{m_k}{m_1 + m_2} \right)^2 + 75\eta \right] \chi_k.$$

Toward quick skymap update in O3b

Restrict \mathcal{M} instead of μ_1 and μ_2

Table: representative ROQ basis sizes and speed-up factors

No	\mathcal{M}_{\min}	\mathcal{M}_{\max}	Speedup
1	0.86966	0.87354	25,000
71	1.04528	1.05176	19,000
141	1.3727	1.3862	12,000
176	1.6694	1.6918	8,200

All of the necessary changes have been merged into LALSuite.