Kink-Type Instabilities Excited in the Plasma Sheet

Keizo Fujimoto

MPEWG June 10, 2003

Department of Geophysics, Graduate School of Science,
Kyoto University

1 はじめに

筆者は磁気再結合領域周辺の粒子シミュレーションをしようとしている。とりわけ、何が磁気再結合を励起するのか（トリガー機構）という根本的な問題に興味がある。この問題は、サブストームとの関連性から古くから研究が進められおり、プラズマシート内で局所的に励起される何らかのプラズマ不安定性が寄与すると考えられている。実際、初期の衛星観測 [*McPherron et al.*, 1987; *Mitchell et al.*, 1990] から、サブストームの成長期にプラズマシートが非常に薄くなることが知られており、さまざまなプラズマ不安定性が励起しやすい状況が形成されることが示唆されている。なかでも、テアリング不安定性 [*Schindler*, 1974; *Galeev and Zelenyi*, 1976] は磁気再結合のトリガー機構において大きな役割を担っていると考えられ、古くから着目されている不安定性の 1 つである。しかしながら、テアリング不安定性は B_z が存在する場合に、強く安定化されることがわかっている [*Lembège and Pellat*, 1982; *Pellat et al.*, 1991]。一方、10 年ほど前からプラズマシートの $y-z$ 平面（図 1）での 2 次元シミュレーションや 3 次元シミュレーションが行われるようになり、カレントシートに沿って伝播する不安定性（lower hybrid drift instability (LHDI), kink-type instabilities (KI)）が磁気再結合のトリガーに大きな影響を与えることが明らかになってきた。そこで、今回は最近注目されるようになった KI の励起機構を歴史的背景を踏まえながら紹介しようと思う。

2 初期の線形解析とシミュレーション結果

まず、2 流体方程式に基づいた線形解析と数値シミュレーションの結果を *Pritchett et al.* [1996] に従って紹介する。

2.1 2 流体方程式に基づいた線形解析

完全な 2 流体方程式は以下のように与えられる。

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \nabla \times \boldsymbol{E} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon_0}(n_i q_i \boldsymbol{v}_i + n_e q_e \boldsymbol{v}_e) + c^2 \nabla \times \boldsymbol{B} \tag{2}$$

$$m_s n_s \left[\frac{\partial \boldsymbol{v}_s}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_s \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_s\right] = q_s n_s(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}_s \times \boldsymbol{B}) - \nabla p_s \qquad s = i,\, e \tag{3}$$

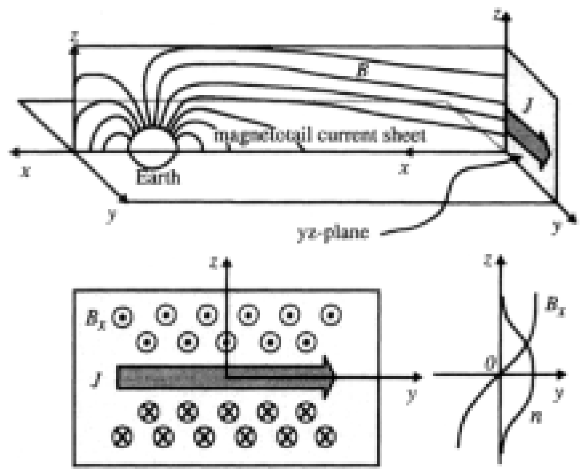

Figure 1. Schematic diagram of the field configuration for the tail current sheet and the characteristics of the cross-tail plane (the y-z plane) for two-dimensional (2-D) simulations.

図 1:

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \nabla \cdot (n_s \boldsymbol{v}_s) = 0 \qquad s = i,\, e \tag{4}$$

$$p_s (m_s n_s)^{-\gamma_s} = const. \qquad s = i,\, e \tag{5}$$

未知数 16 個に対して方程式も 16 個あるので、自己無撞着な解が得られる。

平衡状態における解はハリス解を与える。つまり、

$$B_{0x}(z) = -B_0 \tanh(z/L) \tag{6}$$

$$n_0(z) = n_0 \,\mathrm{sech}^2(z/L) \tag{7}$$

ここで、B_0 はローブにおける磁場の強さ、n_0 はカレントシート中央部のプラズマ数密度、L はカレントシートの厚さの半分である。圧力バランスの関係から、

$$B_0^2/2\mu_0 = n_0(T_{i0} + T_{e0}) \tag{8}$$

$$L = \frac{2T_i}{eB_0|V_{i0}|} \tag{9}$$

ここで、V_{i0} は y 方向のイオンドリフト速度である。注意しておきたいのは、ハリス解は平衡解なのだから不安定性が励起するのはおかしいように思えるが、*Harris* [1962] でも述べられているように、ハリス解は MHD 近似での平衡解なので 2 流体プラズマ系や粒子プラズマ系で不安定性があらわれても不自然ではない。圧力の非等方性が無視できる場合には、

$$\frac{V_{e0}}{V_{i0}} = -\frac{T_{e0}}{T_{i0}} \tag{10}$$

が成り立つ。また、擾乱に対して $\partial/\partial x = 0$ と仮定すれば、

$$B_y = 0, \quad B_z = 0, \quad E_x = 0, \quad v_{ix} = 0, \quad v_{ex} = 0$$

となるので（こうなる理由は謎）未知数の数は 11 個になる。任意の変数 $f(y, z, t)$ の擾乱項を、

$$f(y, z, t) = \mathrm{Re}\{f_1(z, t) \exp(ik_y y)\} \tag{11}$$

のように書けば、上にあげた 2 流体方程式の線形化方程式は以下のようになる。

$$\frac{\partial B_{1x}}{\partial t} = -ik_y E_{1z} + \frac{\partial E_{1y}}{\partial z} \tag{12}$$

$$\frac{\partial E_{1y}}{\partial t} = c^2 \frac{\partial B_{1x}}{\partial z} - \frac{en_0(z)}{\varepsilon_0}(v_{i1y} - v_{e1y}) - \frac{e}{\varepsilon_0}(n_{i1}V_{i0} - n_{e1}V_{e0}) \tag{13}$$

$$\frac{\partial E_{1z}}{\partial t} = -ic^2 k_y B_{1x} - \frac{en_0(z)}{\varepsilon}(v_{i1z} - v_{e1z}) \tag{14}$$

$$m_s n_0(z)\left[\frac{\partial v_{s1y}}{\partial t} + ik_y V_{s0} v_{s1y}\right] = q_s n_0(z)(E_{1y} + B_{0x} v_{s1z}) - ik_y p_{s1} \tag{15}$$

$$m_s n_0(z)\left[\frac{\partial v_{s1z}}{\partial t} + ik_y V_{s0} v_{s1z}\right] = q_s n_0(z)(E_{1z} - V_{s0}B_{1x} - B_{0x} v_{s1y}) - q_s V_{s0} B_{0x} n_{s1} - \frac{\partial p_{s1}}{\partial z} \tag{16}$$

$$\frac{\partial p_{s1}}{\partial t} = -ik_y(V_{s0}p_{s1} + p_{s0}v_{s1y}) - \frac{\partial}{\partial z}(p_{s0}v_{s1z}) + (1-\gamma_s)p_{s0}\left(ik_y v_{s1y} + \frac{\partial v_{s1z}}{\partial z}\right) \tag{17}$$

$$\frac{\partial n_{s1}}{\partial t} = -ik_y(V_{s0}n_{s1} + n0(z)v_{s1y}) - \frac{\partial}{\partial z}(n_0(z)v_{s1z}) \tag{18}$$

これらの式を数値的に時間発展させることによって、不安定波動の成長率 γ と固有関数 $f_1(z)$ を得る。つまり、ある k_y を与えて上式を時間発展させた場合、最も速く成長するモードが支配的な解になるだろうと考え、そのモードの成長率と z 方向のプロファイルを求めればよい。

いま、特殊な場合として $m_i = m_e$ と $T_{i0} = T_{e0}$ を仮定し、さらに長波長波動（$\nabla \cdot \boldsymbol{v_{s1}} = 0$ が成り立つ）に話を限定すると、上の 2 流体方程式から線形分散関係式を解析的に導くことができて、その結果以下のような関係式が得られる。

$$\frac{d^2 v_{1z}}{d\tilde{z}^2} - k_y^2 L^2 v_{1z} + \frac{\omega_{c0} L}{V_0}\frac{1-\tilde{\gamma}^2}{(1+\tilde{\gamma}^2)^2}(\mathrm{sech}^2\,\tilde{z})v_{1z} = 0 \tag{19}$$

ここで、$\tilde{z} \equiv z/L$、$\omega^2 \equiv -k_y^2 V_0^2 \tilde{\gamma}^2$、$v_{1z} \equiv (v_{i1z} + v_{e1z})/2$、(10) 式から $V_{i0} = -V_{e0} \equiv V_0$ である。この解は、ルジャンドル関数であらわすことができて、

$$v_{1z} = P_{k_y L}^{-k_y L}(\tanh \tilde{z}) \propto \mathrm{sech}^{k_y L}(z/L) \tag{20}$$

また、成長率は、

$$\gamma \approx k_y V_0 \left[1 - 2\left(\frac{\rho_0}{L}\right)^2\right] k_y L \tag{21}$$

ここで、$\rho_0 \equiv 2T_0/eB_0$ はジャイロ半径。(21) 式より、V_0 の増加に伴って成長率が増すので、このモードはドリフトモードであることがわかる。

より一般的な条件のもとで線形解析を行うためには、(12) から (18) までを数値的に解く必要がある。この結果を図 2〜図 4 に示す。

- カレントシートが薄くなるにつれて、不安定波動の波長は長くなり、成長率も大きくなる。
- B_{1x} のプロファイルからこのモードがキンクモードであることがわかる。
- イオンと電子の質量比が増すにつれて成長率 γ も大きくなる。

(21) 式と図 4 からこの不安定性が Drift Kink Instability (DKI) であることがわかる。

2.2 粒子シミュレーション

$y - z$ 平面の 2 次元シミュレーションと線形解析を比較する。

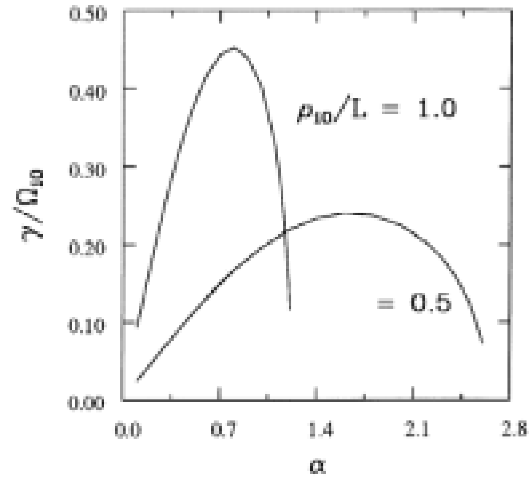

Figure 1. Growth rate γ/Ω_{i0} for the drift kink mode as a function of the dimensionless wavenumber $\alpha = k_y L$ for the case of equal ion and electron masses for the Harris neutral sheet for two different current sheet thicknesses: $\rho_{i0}/L = 0.5$ and 1.0.

図 2:

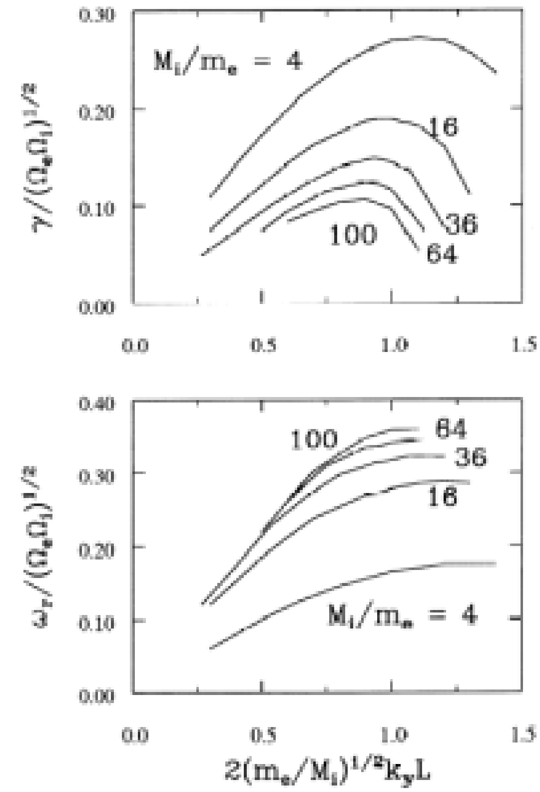

Figure 3. Growth rate γ and real frequency ω_r as a function of wavenumber for the drift kink mode for various values of the ion to electron mass ratio M_i/m_e.

図 3:

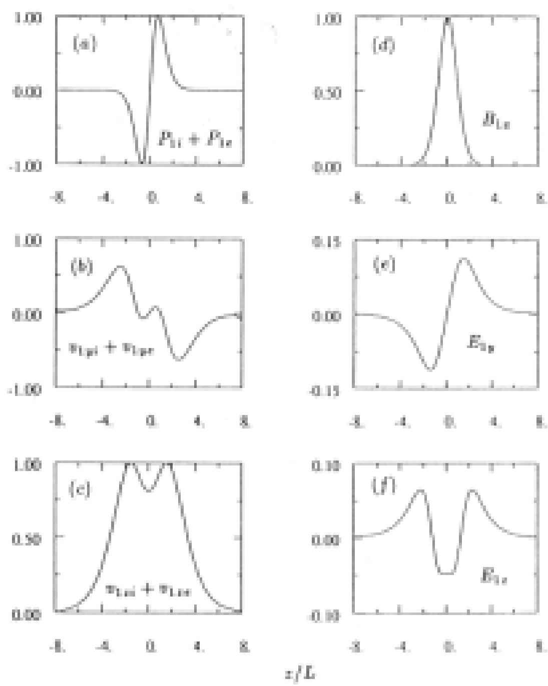

Fig. 2. Eigenfunction profiles as a function of z for the case of $M_i = m_e$, $\alpha = 0.8$, $\rho_{i0}/L = 0.5$ for the following perturbed quantities: (a) pressure $P_{1i} + P_{1e}$, (b) velocity $v_{1yi} + v_{1ye}$, (c) velocity $v_{1xi} + v_{1xe}$, (d) magnetic field B_{1x}, (e) electric field E_{1y}, and (f) electric field E_{1x}. The overall normalization of the eigenfunctions is arbitrary; the relative normalizations of the velocities and of the fields are separately meaningful.

図 4:

- シミュレーションの初期に $\alpha = k_y L = 2 \sim 3$ 程度の LHDI (Lower Hybrid Drift Instability) が励起されるが、その後より長波長の波動が卓越する。

- 長波長のモードは $\gamma/\omega_{ci0} = 0.26 \pm 0.03$、$\alpha = 1.18$、$\omega_r/\omega_{ci0} = 0.87 \pm 0.02$ となり、線形解析で得られた値に比べて" 波長はそれほど短くはなく、周波数はそれほど高くはない "。

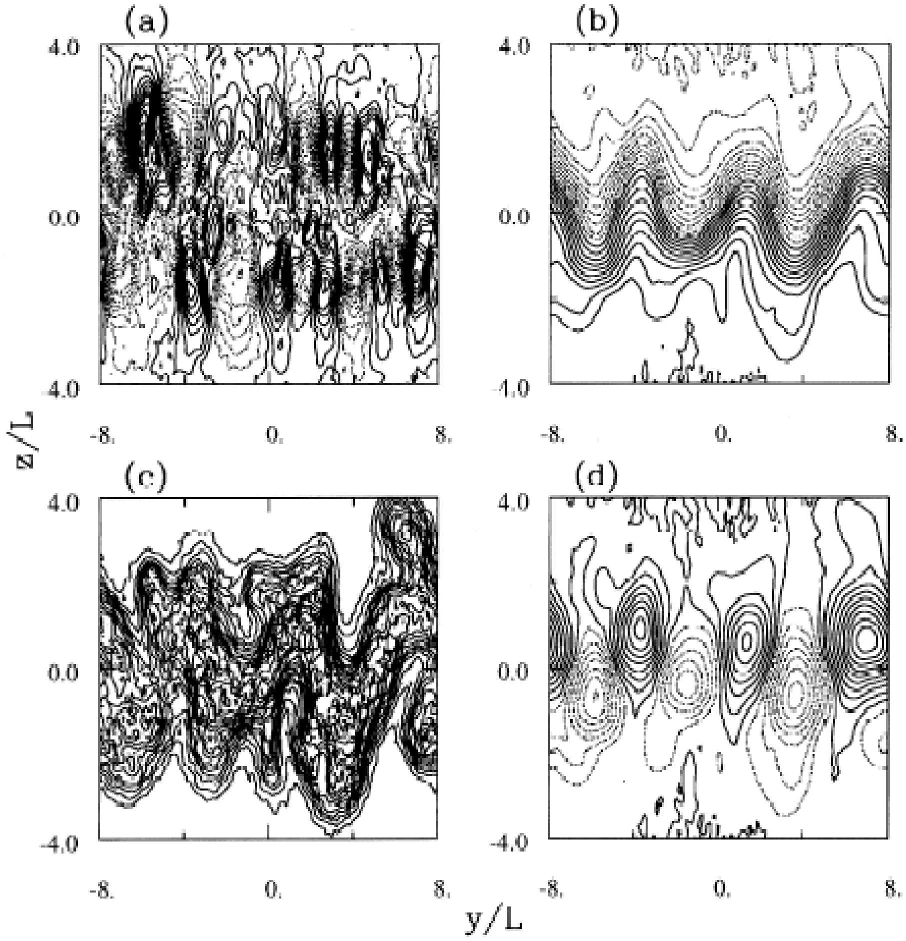

Figure 5. Contour plots in the y, z plane for a 2-D simulation for the Harris neutral sheet with $M_i/m_e = 16$, $T_{i0} = T_{e0}$, and $\rho_{i0}/L = 1$. (a) Electric field E_y at time $\Omega_{i0}t = 19$. (b, c, d) Total magnetic field B_x, ion number density, and perturbed magnetic field B_x, respectively, at time $\Omega_{i0}t = 25$. Solid contour lines denote positive values; dotted contour lines denote negative values.

図 5:

次に 3 次元シミュレーションを行うことによって、DKI の非線型成長を見る。

- DKI が発達するにつれて、今度は、x 方向に伝搬するテアリングモードが励起され、リコネクションが起きる。

- DKI によって電子が強く加熱される。

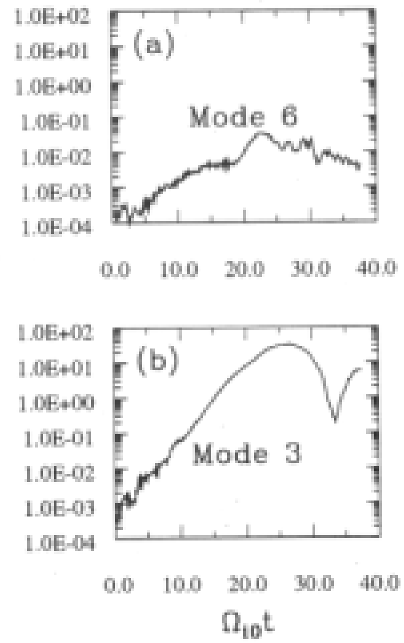

Figure 6. Time history plots from a 2-D simulation with $M_i/m_e = 16$, $T_{i0} = T_{e0}$, and $\rho_{i0}/L = 1$ for the absolute value squared of (a) the vector potential A_y for mode 6 ($\alpha = 2.36$) and (b) the vector potential A_z for mode 3 ($\alpha = 1.18$).

図 6:

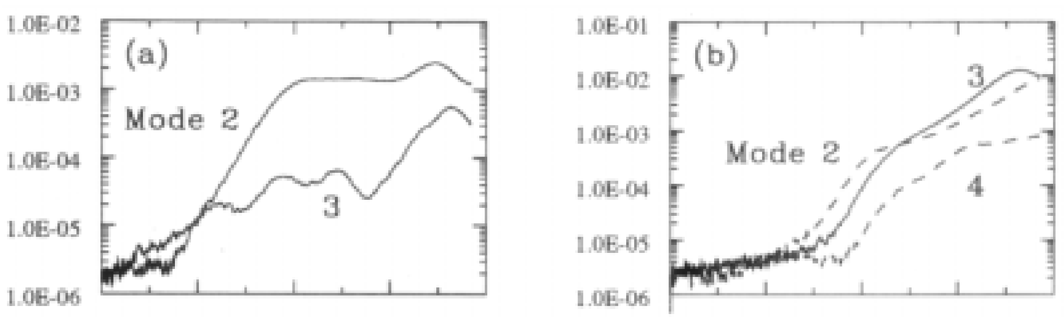

Figure 11. Time histories of the absolute value squared of the ion density perturbation for (a) pure drift kink modes ($\alpha_z = 0$) and (b) pure tearing modes ($\alpha_y = 0$) in a 3-D simulation using the quasi-parabolic equilibrium (17) with normal field $B_z/B_0 = 0.06$ and $M_i/m_e = 16$.

図 7:

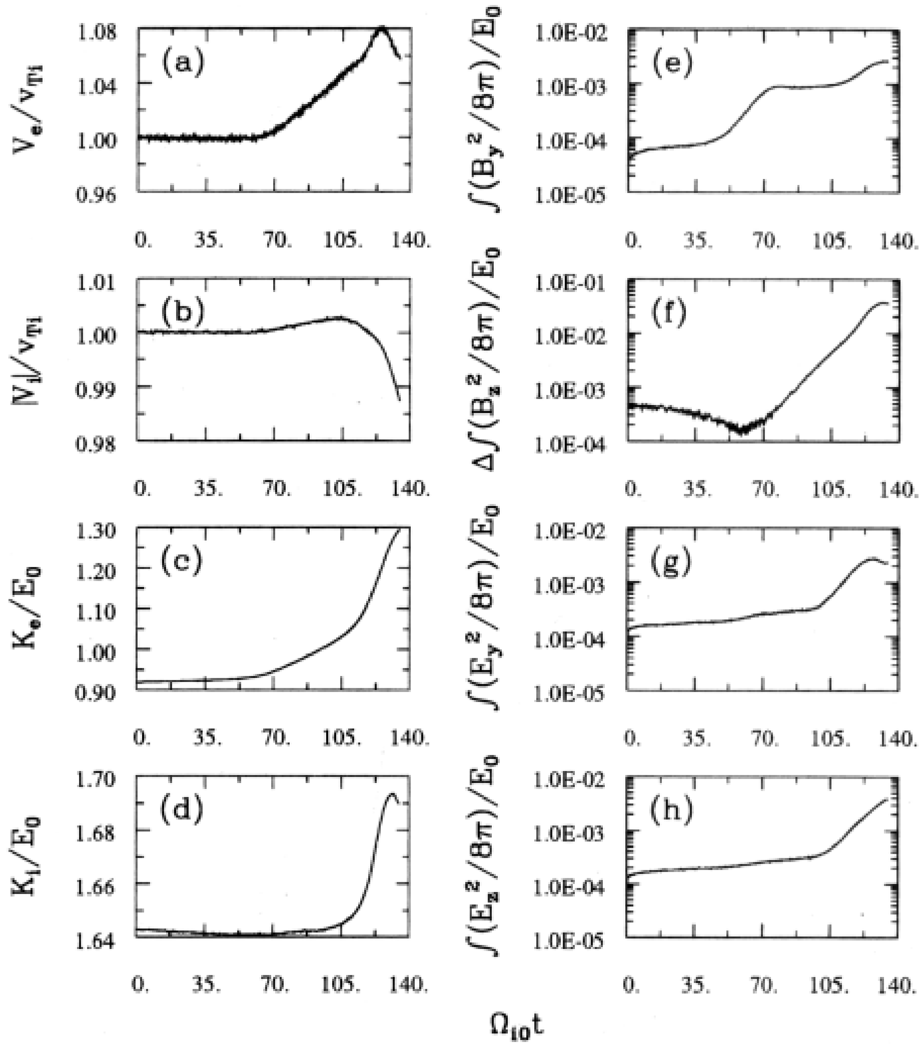

Figure 12. Time histories in a 3-D simulation using the quasi-parabolic equilibrium (17) with normal field $B_z/B_0 = 0.06$ and $M_i/m_e = 16$. (a) Average electron drift in the y direction. (b) Magnitude of the average ion drift in the y direction. (c) Total electron kinetic energy. (d) Total ion kinetic energy. (e) Total magnetic field energy $B_y^2/8\pi$. (f) Change in the total magnetic field energy $B_z^2/8\pi$. (g) Total electric field energy $E_y^2/8\pi$. (h) Total electric field energy $E_z^2/8\pi$. The energies are normalized to the initial total ion thermal energy, $E_0 = (3/2)NT_{i0}$, where N is the total number of ions.

図 8:

3　DKI の運動論

前節では、2 流体方程式に基づいて線形解析を行ったが、対象とする現象のスケールは $k_y^{-1} \sim \rho_i \sim L$ 程度のものなので、2 流体近似による扱いは“ せいぜい発見的 (heuristic) でしかない ”。そこで、ここでは *Daughton* [1999] に従って、DKI の運動論的性質を述べる。

3.1　線形理論

まず、平衡状態はハリス解 (6)〜(10) を仮定する。ただし、座標軸は GSE 座標のようなものではないので、前節との比較のためには、$(X_{GSE}, Y_{GSE}, Z_{GSE}) \to (Z, -Y, X)$ のように変換して考える必要がある。磁力線に束縛された荷電粒子の運動の定数は、$v_\perp^2 \equiv v_x^2 + v_y^2$、$v_z$、$p_y \equiv v_y + q_s A_y / m_s$ であるので、平衡状態のプラズマ分布関数は、

$$f_{0s} = \frac{n_0(x)}{(\pi v_s^2)^{3/2}} \exp\left[-\frac{v_x^2 + (v_y - V_s)^2 + v_z^2}{v_s^2} \right] \tag{22}$$

とかける（ここら辺の話は、例えば、*Toichi* [1972] などを参照されたい)。

ブラソフ方程式、

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \boldsymbol{x}} + \frac{q_s}{m_s}(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \boldsymbol{v}} = 0$$

を線形化すると、

$$\frac{d\hat{f}_s}{dt} = -\frac{q_s}{m_s}(\hat{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{v} \times \hat{\boldsymbol{B}}) \cdot \frac{\partial f_{0s}}{\partial \boldsymbol{v}} \tag{23}$$

となる。ここで、$d/dt = \partial/\partial t + \boldsymbol{v} \cdot \partial/\partial \boldsymbol{x} + q_s/m_s(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}_0) \cdot \partial/\partial \boldsymbol{v}$、$\hat{f}_s(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}, t)$ は分布関数の擾乱部、$\hat{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{x}, t)$ と $\hat{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{x}, t)$ は擾乱場をあらわす。静電的寄与と電磁的寄与を分離するために、静電ポテンシャル $\hat{\phi}$ とベクトルポテンシャル $\hat{\boldsymbol{A}}$ を導入すると、

$$\hat{\boldsymbol{E}} = -\nabla\hat{\phi}, \quad \hat{\boldsymbol{B}} = \nabla \times \hat{\boldsymbol{A}} \tag{24}$$

とかけて、これを (23) に代入すると、

$$\frac{d\hat{f}_s}{dt} = -\frac{q_s f_{0s}}{T_s} \left\{ -\nabla\hat{\phi} - \frac{\partial \hat{\boldsymbol{A}}}{\partial t} + \boldsymbol{v} \times (\nabla \times \hat{\boldsymbol{A}}) \right\} \cdot [-\boldsymbol{v} + V_s \, \hat{\boldsymbol{e}}_y] \tag{25}$$

となる。$\hat{f}_s$ を静電場からの寄与 $\hat{f}_s^{e.s.}$ と電磁場からの寄与 $\hat{f}_s^{e.m.}$ にわけて、$\hat{f}_s = \hat{f}_s^{e.s.} + \hat{f}_s^{e.m.}$ とかく。また、$d\hat{\phi} \equiv \partial\hat{\phi}/\partial t + \boldsymbol{v} \cdot \nabla\hat{\phi}$ を用いると、(25) の静電場成分だけを取り出すと、

$$\frac{d\hat{f}_s^{e.s.}}{dt} = -\frac{q_s f_{0s}}{T_s} \left(\frac{d\hat{\phi}}{dt} - \frac{\partial\hat{\phi}}{\partial t} - V_s \frac{\partial\hat{\phi}}{\partial y} \right) \tag{26}$$

ここで、擾乱場に以下のような波動解を与える。

$$\begin{aligned}
\hat{\phi}(t, \boldsymbol{x}) &= \tilde{\phi}(x) \exp[-i(\omega t - k_y y - k_z z)] \\
\hat{\boldsymbol{A}}(t, \boldsymbol{x}) &= \tilde{\boldsymbol{A}}(x) \exp[-i(\omega t - k_y y - k_z z)] \\
\hat{f}_s^{e.s.}(t, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}) &= \tilde{f}_s^{e.s.}(x, \boldsymbol{v}) \exp[-i(\omega t - k_y y - k_z z)] \\
\hat{f}_s^{e.m.}(t, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}) &= \tilde{f}_s^{e.m.}(x, \boldsymbol{v}) \exp[-i(\omega t - k_y y - k_z z)]
\end{aligned} \tag{27}$$

(26) の両辺を無摂動軌道に沿って積分する。初期状態（$t \to -\infty$）では擾乱が無いと仮定して、

$$\hat{f}_s^{e.s.}(t, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}) = -\frac{q_s f_{0s}}{T_s}\left\{\hat{\phi}(t, \boldsymbol{x}) + i(\omega - k_y V_s)\int_{-\infty}^{t}\hat{\phi}(t', \boldsymbol{x}')dt'\right\} \tag{28}$$

を得る。ここで、$\boldsymbol{x}'$ と $\boldsymbol{v}'$ は位相空間における無摂動軌道上の点で t' の関数となっている。$\tau = t' - t$ とおくと $\boldsymbol{x}'(\tau = 0) = \boldsymbol{x}$、$\boldsymbol{v}'(\tau = 0) = \boldsymbol{v}$ となる。このとき、(28) から、

$$\tilde{f}_s^{e.s.}(x, \boldsymbol{v}) = -\frac{q_s f_{0s}}{T_s}\left\{\tilde{\phi}(x) + i(\omega - k_y V_s)\int_{-\infty}^{0}\tilde{\phi}(x')\exp[-i(\omega\tau - k_y(y'-y) - k_z(z'-z))]d\tau\right\} \tag{29}$$

を得る。同様に、(25) から電磁場成分だけを取り出すと、

$$\frac{d\hat{f}_s^{e.m.}}{dt} = \frac{q_s f_{0s}}{T_s}\left[V_s\frac{d\hat{A}_y}{dt} - v_x\left(\frac{\partial\hat{A}_x}{\partial t} + V_s\frac{\partial\hat{A}_x}{\partial y}\right) - v_y\left(\frac{\partial\hat{A}_y}{\partial t} + V_s\frac{\partial\hat{A}_y}{\partial y}\right) - v_z\left(\frac{\partial\hat{A}_z}{\partial t} + V_s\frac{\partial\hat{A}_z}{\partial y}\right)\right] \tag{30}$$

(30) の両辺を無摂動軌道に沿って積分すると、

$$\tilde{f}_s^{e.m.} = \frac{q_s f_{0s}}{T_s}\left[V_s\tilde{A}_y(x) + i(\omega - k_y V_s)\int_{-\infty}^{0}\{v_x'\tilde{A}_x(x') + v_y'\tilde{A}_y(x') + v_z'\tilde{A}_z(x')\}\exp[-i(\omega\tau - k_y(y'-y) - k_z(z'-z))]d\tau\right] \tag{31}$$

となる。

さて、ゲージを $\nabla\cdot\hat{\boldsymbol{A}} = 0$（クーロン・ゲージ）にとると、マクスウェル方程式は、

$$\nabla^2\hat{\phi} = -\frac{\hat{\rho}}{\varepsilon_0} \tag{32}$$

$$\nabla^2\hat{\boldsymbol{A}} = \mu_0\hat{\boldsymbol{j}} \tag{33}$$

のようにあらわされ、このソース項は、

$$\hat{\rho} = \sum_s q_s\int\hat{f}_s d^3\boldsymbol{v} \tag{34}$$

$$\hat{\boldsymbol{j}} = \sum_s q_s\int\boldsymbol{v}\hat{f}_s d^3\boldsymbol{v} \tag{35}$$

(29)、(31) を (34) と (35) に代入する。

$$\tilde{\rho} = -\sum_s\left[\frac{q_s^2 n_0(x)\tilde{\phi}}{T_s} + i\frac{q_s^2(\omega - k_y V_s)}{T_s}\int_{-\infty}^{\infty}f_{0s}\int_{-\infty}^{0}\{\tilde{\phi} - (v_x'\tilde{A}_x(x') + v_y'\tilde{A}_y(x') + v_z'\tilde{A}_z(x'))\}\right.$$
$$\left.\times\exp[-i(\omega\tau - k_y(y'-y) - k_z(z'-z))]d\tau d^3\boldsymbol{v}\right] \tag{36}$$

$$\tilde{\boldsymbol{j}} = \tilde{\boldsymbol{j}}_{adi} - \sum_s i\frac{q_s^2(\omega - k_y V_s)}{T_s}\int_{-\infty}^{\infty}\boldsymbol{v}f_{0s}\int_{-\infty}^{0}\{\tilde{\phi} - (v_x'\tilde{A}_x(x') + v_y'\tilde{A}_y(x') + v_z'\tilde{A}_z(x'))\}$$
$$\times\exp[-i(\omega\tau - k_y(y'-y) - k_z(z'-z))]d\tau d^3\boldsymbol{v} \tag{37}$$

ここで、

$$\tilde{\boldsymbol{j}}_{adi} = \frac{2\tilde{A}_y}{\mu_0 L^2}\operatorname{sech}^2\left(\frac{x}{L}\right)\hat{\boldsymbol{e}}_y$$

は断熱電流とよばれるものである。

(36) と (37) の積分を実行するためには、ニュートラルシート近傍の粒子軌道を知る必要があるが、これは非常に複雑で難しい。しかし、磁力線方向（z 方向）の運動に限れば、v_z が運動の定数になっているので、粒子は、

$$v'_z = v_z, \quad z' - z = v_z \tau$$

なる軌道をとる。そこで、v_z に関する積分は v'_x、v'_y、x'、y' とは独立に行うことができて、その結果は以下のようになる。

$$\tilde{\rho} = -\sum_s \left\{ \frac{q_s^2 n_0(x) \tilde{\phi}}{T_s} + i \frac{q_s^2(\omega - k_y V_s)}{T_s} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_{0s}(x, v_x, v_y) \tilde{S}(x, v_x, v_y) dv_x dv_y \right\} \tag{38}$$

$$\tilde{j}_x = -\sum_s i \frac{q_s^2(\omega - k_y V_s)}{T_s} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_x F_{0s}(x, v_x, v_y) \tilde{S}(x, v_x, v_y) dv_x dv_y \tag{39}$$

$$\tilde{j}_y = \tilde{j}_{adi} - \sum_s i \frac{q_s^2(\omega - k_y V_s)}{T_s} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_y F_{0s}(x, v_x, v_y) \tilde{S}(x, v_x, v_y) dv_x dv_y \tag{40}$$

$$\tilde{j}_z = -\sum_s i \frac{q_s^2(\omega - k_y V_s)}{T_s} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_{0s}(x, v_x, v_y) \tilde{S}_z(x, v_x, v_y) dv_x dv_y \tag{41}$$

ここで、

$$F_{0s}(x, v_x, v_y) = \tfrac{n_0(x)}{\pi v_s^2} \exp\left[-\tfrac{v_x^2 + (v_y - V_s)^2}{T_s} \right]$$

$$\tilde{S}(x, v_x, v_y) = \textstyle\int_{-\infty}^{0} \left\{ \tilde{\phi} - \left(v'_x \tilde{A}_x + v'_y \tilde{A}_y + i \tfrac{v_s^2 k_z \tau}{2} \tilde{A}_z \right) \right\} \exp\left[-i\{\omega\tau - k_y(y' - y)\} - \tfrac{v_s^2 k_z^2 \tau^2}{4} \right] d\tau$$

$$\tilde{S}_z(x, v_x, v_y) = \textstyle\int_{-\infty}^{0} \left\{ i \tfrac{v_s^2 k_z \tau}{2} (\tilde{\phi} - v'_x \tilde{A}_x - v'_y \tilde{A}_y) - v_s^2 \left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{v_s^2 k_z^2 \tau^2}{4} \right) \tilde{A}_z \right\} \exp\left[-i\{\omega\tau - k_y(y' - y)\} - \tfrac{v_s^2 k_z^2 \tau^2}{4} \right] d\tau$$

また、(38)〜(41) を導出する際には以下の関係式を用いた。

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{a^2}} \cos(tx)\, dx = a\sqrt{\pi} e^{-\frac{a^2 t^2}{4}}, \quad a^2 > 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-bx^2} \cos(tx)\, dx = \frac{1}{b}\sqrt{\frac{\pi}{b}} \left(\frac{1}{2} - \frac{t^2}{4b} \right) e^{-\frac{t^2}{4b}}, \quad b > 0$$

(38)〜(41) を (32) と (33) に代入することにより線形固有モードを求めることができる。ただし、ニュートラルシート付近の粒子軌道が複雑であることと、(38)〜(41) の被積分関数に擾乱項（$\tilde{A}_x(x')$、$\tilde{A}_y(x')$、$\tilde{A}_z(x')$）が含まれていることから、これらの積分を解析的に実行するのは非常に困難である。そこで、ここでは数値的に積分を実行し、固有値と固有関数を求める。

3.2 線形解析結果

DKI の線形成長率 γ の波長依存性、温度比依存性、質量比依存性等を図 9〜図 12 に示す。

- 質量比が小さい場合（$m_i/m_e \lesssim 16$）は、これまでなされたきたシミュレーション結果 (*Pritchett et al.*, 1996) とよく一致している。
- 過去の線形理論やシミュレーションでは m_i/m_e の増加とともに成長率も大きくなっていたが、今回の結果では m_i/m_e の増加とともに成長率は急激に小さくなり、$m_i/m_e = 1836$ のときには、これまでの推定値に比べて 2 桁も小さくなる。
- 成長率はカレントシートが薄いほど、電子の温度が高いほど大きくなる。
- 地球磁気圏尾部では DKI は起こりそうにない。

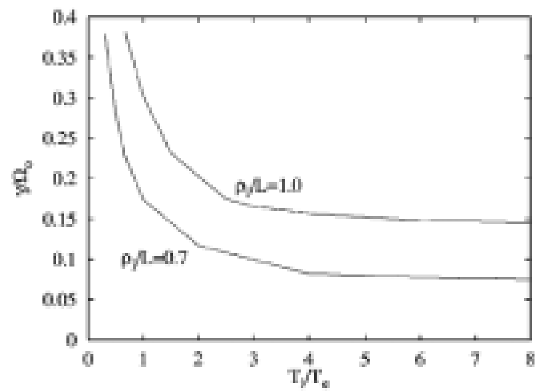

FIG. 12. Maximum growth rate of the kink mode as a function of T_i/T_e for the mass ratio $m_i/m_e=16$.

図 9:

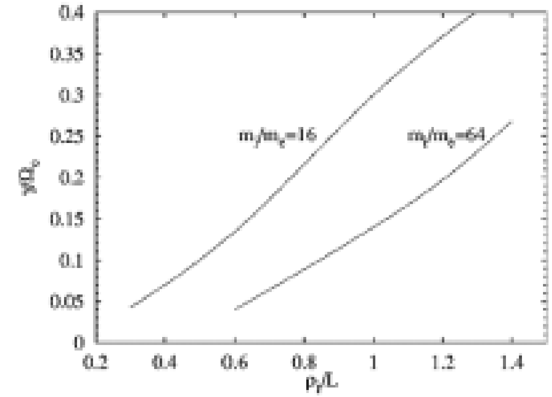

FIG. 11. Maximum growth rate of the kink mode as a function of ρ_i/L for the parameters $T_i/T_e=1$ and $k_xL=0$.

図 10:

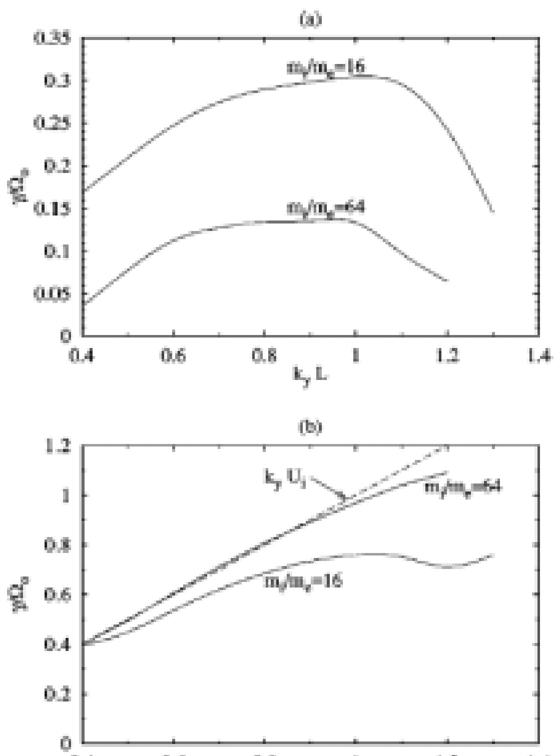

FIG. 10. Growth rate and real frequency of the kink mode as a function of k_yL for the parameters $\rho_i/L=1$, $T_i/T_e=1$, and $k_xL=0$. The dashed line in (b) corresponds to the ion diamagnetic frequency $\omega_{*i}=k_yU_i$.

図 11:

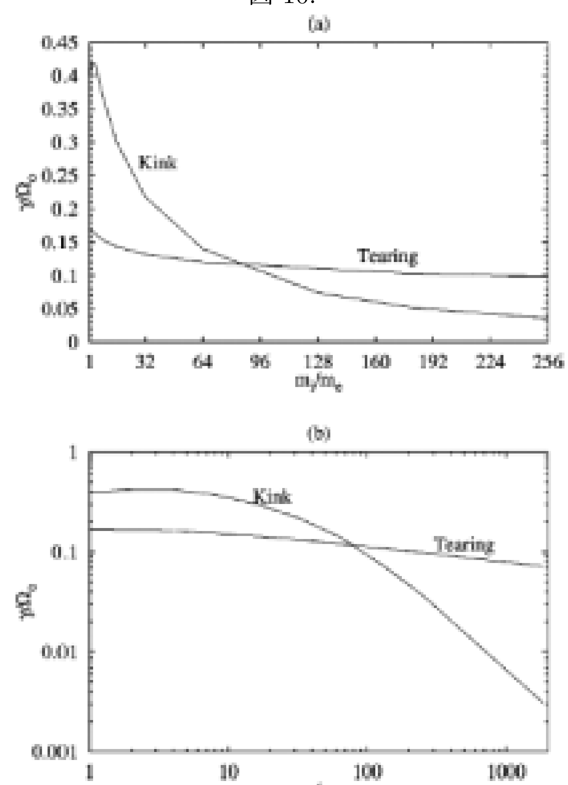

FIG. 14. Maximum growth rate as a function of mass ratio for the pure tearing mode ($k_yL=0$) and the pure kink mode ($k_xL=0$) for the parameters $\rho_i/L=1$ and $T_i/T_e=1$. Growth rates are maximized over wavelength resulting in $k_xL=0.5$ for tearing and $k_yL=1$ for the kink. The scaling is given for low mass ratio (a) and for the entire range of m_i/m_e (b).

図 12:

4　大きな質量比での数値シミュレーション

前節では、質量比が大きくなるにつれて DKI の成長率が急激に小さくなることを運動論的線形解析によって示した。この節では、より大きな質量比を与えて行った数値シミュレーションの結果を紹介する。おもしろいことに、*Daughton* [1999] の結果に反して、質量比が大きくなってもキンクタイプの不安定性が励起され、その成長率は線形解析結果に比べてずっと大きいことがわかった。

4.1　*Horiuchi and Sato* [1999]

$m_i/m_e = 100$ にして 3 次元粒子シミュレーションを行った。

- はじめに LHDI(Lower Hybrid Drift Instability) が励起され、その次に DKI が生じる（図 13、14）。
- LHDI が励起することによって、カレントシートの縁における密度勾配が緩やかになる。その結果、磁気圧とプラズマ圧のバランスが崩れ、ローブの磁気圧によってカレントシートが圧縮され薄くなる。この効果が、DKI を励起しやすくしている。

4.2　*Hesse et al.* [1998] & *Hesse and Birn* [2000]

$m_i/m_e = 100$ にして 2-1/2 次元粒子シミュレーションを行った。

- LHDI の後にキンクタイプの不安定性が励起される。
- MHD シミュレーションでも同様のキンク不安定性が励起されたことから、これが KHI (Kelvin-Helmholtz Instability) であると結論づける（DKI は MHD では記述できない）。

5　Kink-Type Instability の励起機構

この節では、質量比が大きい場合に励起されるキンクモードの励起機構を *Lapenta and Brackbill* [2002] に従って説明する。

5.1　シミュレーションモデル

- 2-1/2 次元 ($y - z$ 平面) 粒子シミュレーション。
- 平衡状態としてハリス解をあたえる。

$$B_x(z) = -B_0 \tanh(z/L)$$
$$n(z) = n_s \,\mathrm{sech}^2(z/L)$$

- m_i/m_e、T_i/T_e、V_i/v_i の値をいろいろ変えて、パラメータ依存性を調べる。

5.2　シミュレーション結果

シミュレーションの初期に LHDI (Lower Hybrid Drift Instability) がカレントシートの縁 ($z = \pm L$) 付近に励起し、その後より波長の大きいキンクタイプの不安定性が支配的になる、という描像は過去の研究結果と同じ。

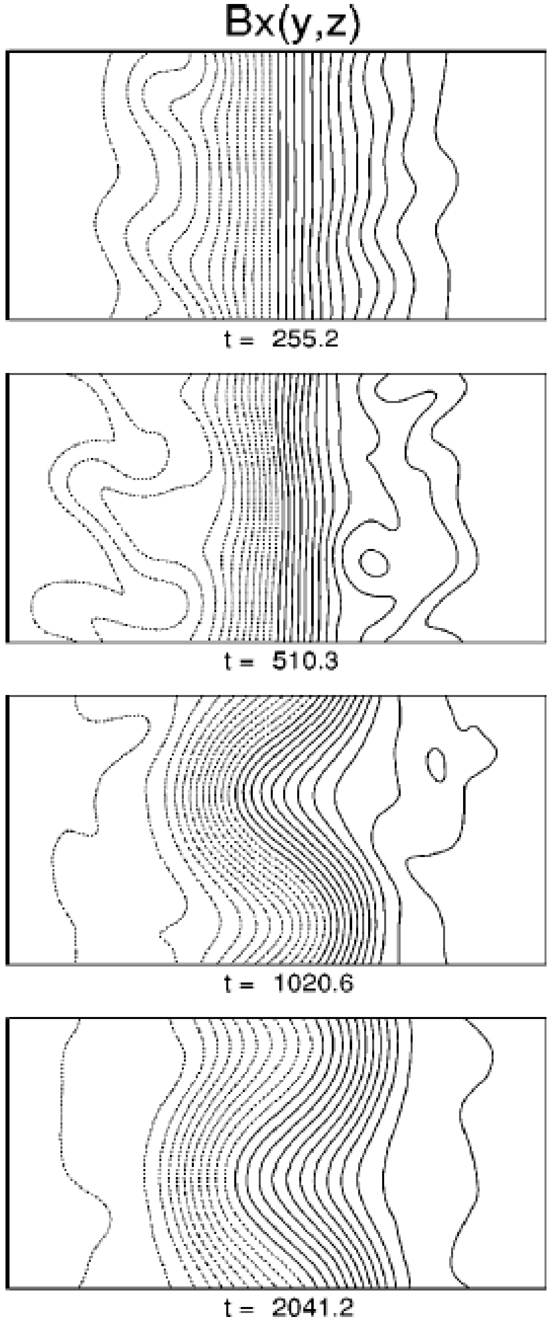
Bx(y,z)
t = 255.2
t = 510.3
t = 1020.6
t = 2041.2

図 13:

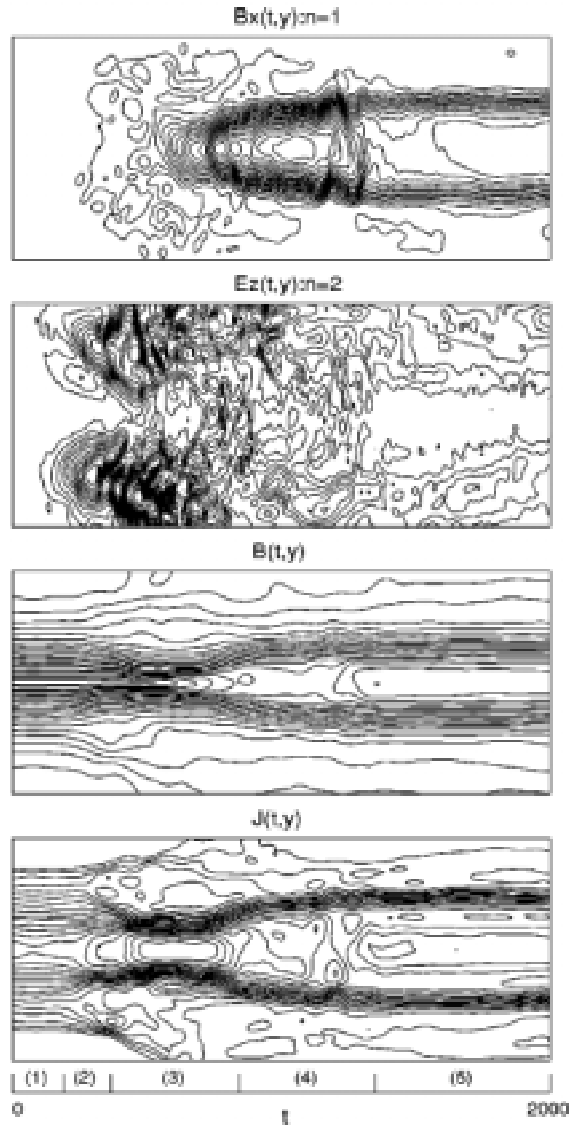
Bx(t,y):n=1
Ez(t,y):n=2
B(t,y)
J(t,y)
(1)
(2)
(3)
(4)
(5)
0
t
2000

図 14:

5.2.1 LHDI の非線型発展と初期構造の変化

- LHDI は密度勾配の大きなところに励起して、その勾配を緩やかにする性質がある。その結果、圧力バランスが崩れてカレントシートが圧迫され、薄くなる（図 15a、c)。
- カレントシートの thinning は質量比 m_i/m_e が大きくないと顕著にならない（図 16)。
- カレントシートの縁付近でイオンのドリフト速度が初期値よりも小さくなる（図 15d)。
  初期速度は、

$$\boldsymbol{V}_i = \frac{\boldsymbol{B} \times \nabla p_i}{n_i e B^2} \tag{42}$$

  であるので、LHDI によって ∇p_i が小さくなれば V_i も小さくなる。

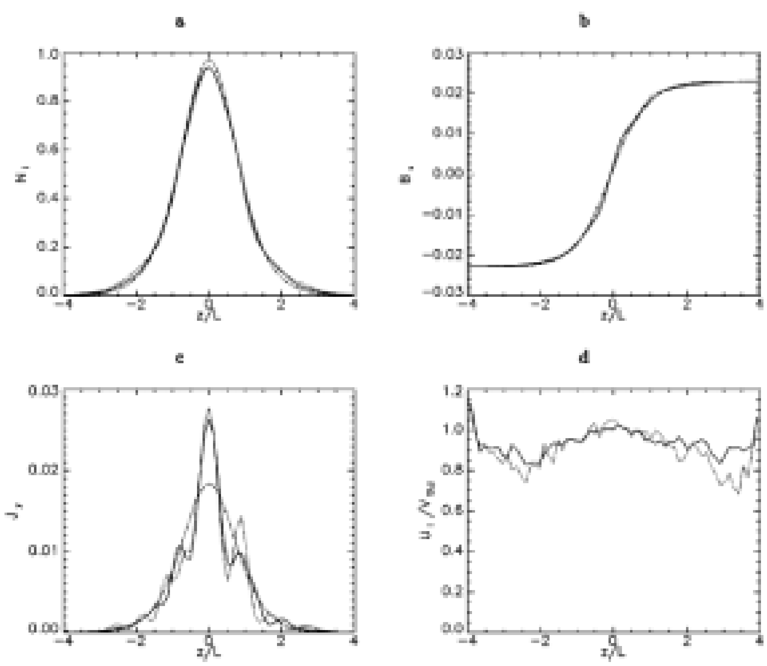

FIG. 4. Profile of the ion density (a), magnetic field (b), current sheet (c) and ion average velocity (d) after saturation of the LHDI ($\omega_{ci}t=12$), for a current sheet with $T_i/T_e=4$, $u_i/v_i=1$, $m_i/m_e=180$. Two cases are shown: profile for a run with $L_y/L=4\pi$ where the highest resolved LHDI mode is $k_yL=16$ (solid line) and one with $L_y/L=4$ where the highest resolved LHDI mode is $k_yL=25$ (dotted line). For comparison the initial profile is shown with a dashed–dotted line.

図 15:

5.2.2 カレントシートのキンク

LHDI が飽和に達した後、KI (Kink-type Instability) が支配的になる（図 17)。この KI には以下のような特徴がある。

- T_i/T_e が増加しても、カレントシートの厚さは変わらないが、KI の成長率と振幅は大きくなる（図 18、図 20)。このことは、*Daughton* [1999] の結果と矛盾するし、カレントシートの thinning によって成長率が増大するという *Horiuchi and Sato* [1999] の主張とも矛盾する。
- V_i/u_i の増加に伴って、カレントシートの thinning の効果は大きくなるが、KI の成長率に変化はない（図 19、図 21)。DKI の性質とは異なっている。

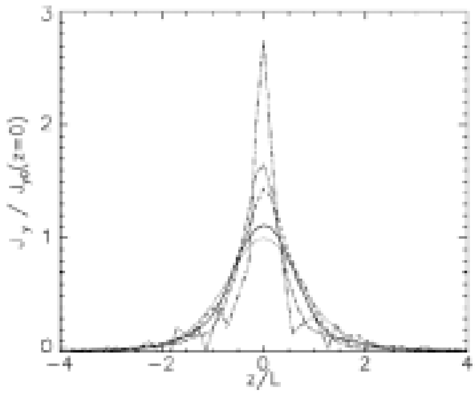

FIG. 5. Profile of the current sheet after saturation of the LHDI ($\omega_{ci}t=12$), for a current sheet with $T_i/T_e=1$, $u_i/v_i=1$. Four different mass ratios are shown: $m_i/m_e=16$ (solid line), $m_i/m_e=100$ (dashed line), $m_i/m_e=180$ (dashed–dotted line), $m_i/m_e=1800$ (dashed–triple-dotted line). For comparison the initial profile is shown with a dotted line.

図 16:

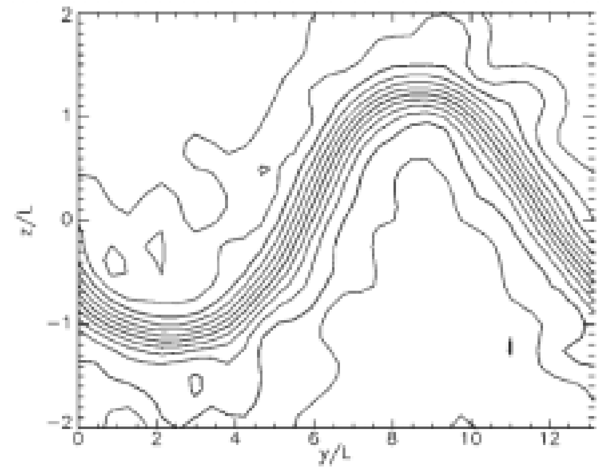

FIG. 7. Contour plot of $B_x(y,z)$ at the end of the simulation ($\omega_{ci}t=110$). The case considered has $m_i/m_e=180$, $u_i/v_{thi}=1$ and $T_i/T_e=2$. Note that only a portion of the system, $-2\le z/L\le 2$, is shown (the total vertical size is $L_z/L=9$).

図 17:

- m_i/m_e による成長率の減少は、*Daughton* [1999] による DKI の線形解析結果ほど大きくない（図 22）。

以上の結果から、このシミュレーションで得られた KI は DKI ではない。

それでは KI はどのようにして励起されるのか。図 15d から分かるように、LHDI の非線型効果によってカレントシートの端に速度勾配ができる。この速度勾配によって、KHI (Kelvin-Helmhotlz Instability) が励起する可能性がある。このことを確かめるために、MHD シミュレーションを行った（KHI ならば MHD シミュレーションでも励起するはずである）。その結果、粒子シミュレーションによる結果とほぼ同じものが得られた（図 23）。また、粒子シミュレーションで得られた KI の成長率 γ や周波数 ω_r、それに波長も、KHI の MHD 線形理論とよく一致している。

以上のことから、粒子シミュレーションで得られたキンクタイプの不安定性は KHI であると結論付けられる。

6 まとめ

磁気再結合領域周辺の $y-z$ 平面でカレントシートに沿って伝播する、キンクタイプの不安定性についてその励起機構を探った。

[*Zhu and Winglee* **[1996] and** *Pritchett et al.* **[1996]**]

$y-z$ 平面に励起するキンクモードの波動が線形波動であることを認識し、これを DKI と呼ぶ。そして、DKI がテアリング不安定性を介して磁気再結合のトリガー機構に大きく寄与することが示された。また、2 流体方程式に基づいた線形解析結果は粒子シミュレーション結果とよく一致することが示された。ただし、計算機資源の制約から、イオンと電子の質量比は高々$m_i/m_e=16$ であった。

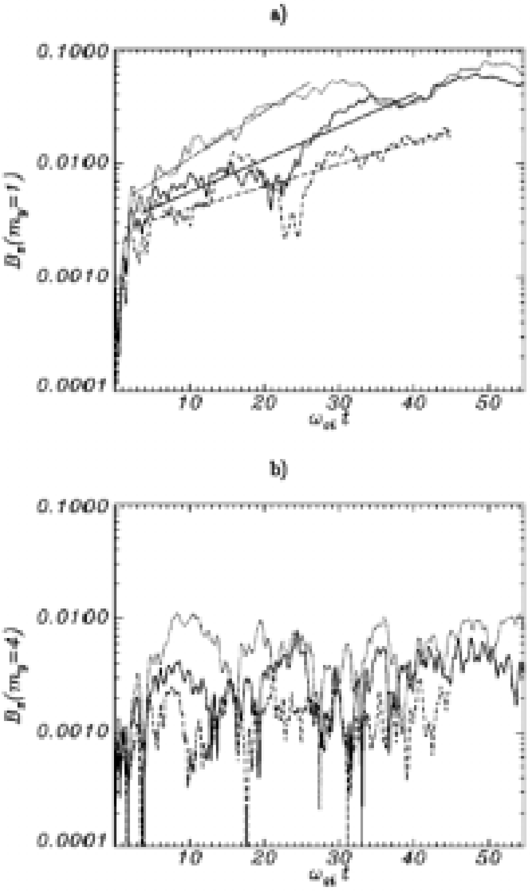

FIG. 8. Evolution of the KM (a) and of the LHDI (b), for a current sheet with $u_i/v_i=1$. Three runs are shown, with different temperatures: $T_i/T_e=1$ (dashed); $T_i/T_e=2$ (solid); $T_i/T_e=4$ (dotted). A best fit of the second phase of the evolution (shown with the straight lines in figure) gives the following growth rates: $\gamma/\omega_{ci}=0.1$, 0.07, and 0.04 for $T_i/T_e=4,2$, and 1.

図 18:

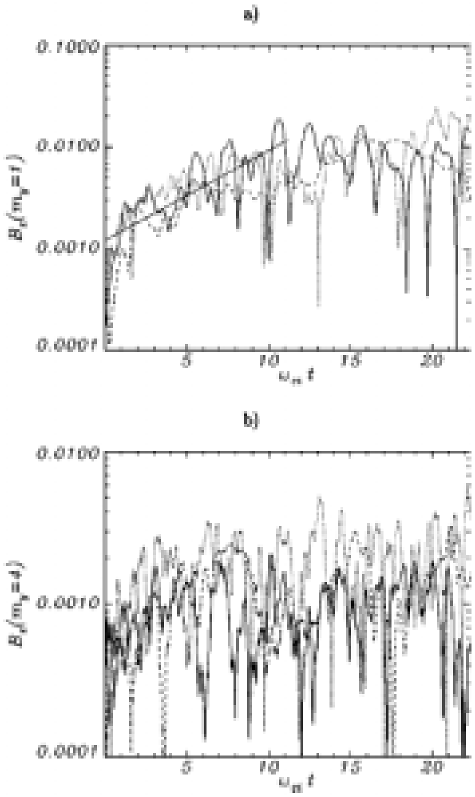

FIG. 10. Evolution of the KM (a) and of the LHDI (b), for a current sheet with $T_i/T_e=1$. Three runs are shown, with different drift velocities: $u_i/v_i=1$ (dashed); $u_i/v_i=\sqrt{2}$ (solid); $u_i/v_i=2$ (dotted). The growth rate obtained from the best fit in figure leads to $\gamma/\omega_{ci}=0.2$, when the DK theory would predict $\gamma/\omega_{ci}=0.052$.

図 19:

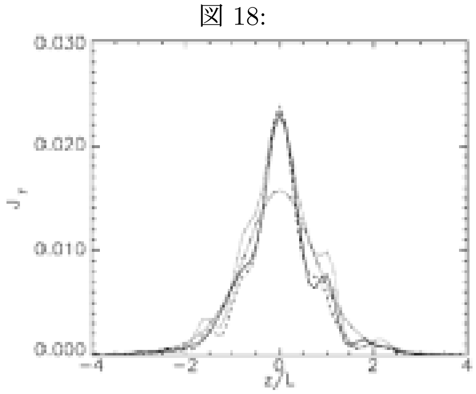

FIG. 9. Profile of the current sheet after saturation of the LHDI ($\omega_{ci}t=12$), for an initial velocity ratio $u_i/v_i=1$. Three runs are shown, with different temperatures: $T_i/T_e=1$ (dashed); $T_i/T_e=2$ (solid); $T_i/T_e=4$ (dotted). For comparison the initial profile is shown with a dashed–dotted line.

図 20:

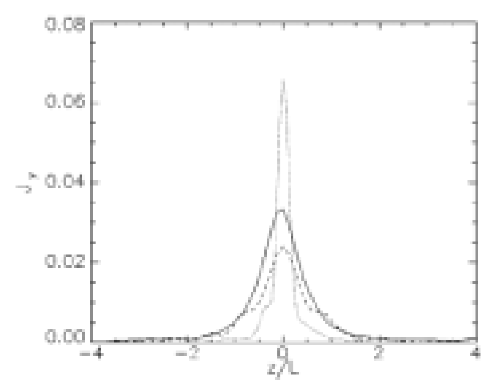

FIG. 11. Profile of the current sheet after saturation of the LHDI ($\omega_{ci}t=12$), for a current sheet with $T_i/T_e=1$. Three runs are shown, with different drift velocities: $u_i/v_i=1$ (dashed); $u_i/v_i=\sqrt{2}$ (solid); $u_i/v_i=2$ (dotted).

図 21:

TABLE I. Growth rate of the most unstable KM for a system with $T_i/T_e = 2$ and $u_i/v_i = \sqrt{2}$, as a function of the mass ratio. For reference the growth rates predicted by the linear theory of the DKI (Ref. 28) are shown.

m_i/m_e	γ/ω_{ci} (simulation)	γ/ω_{ci} (theory)
16	0.15	0.204
180	0.15	0.031
1836	0.08	0.002

図 22:

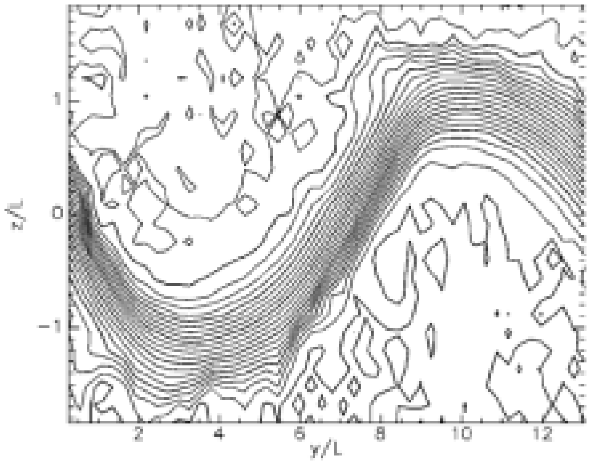

FIG. 13. Contour plot of $B_x(y,z)$ at the end of a fluid simulation for the same conditions used in the kinetic simulation shown in Fig. 7.

図 23:

[*Daughton* [**1999**]]

厳密な運動論的線形解析の結果、質量比の増加に伴って DKI の成長率が急激に減少し、$m_i/m_e = 1836$ のときには、先の線形解析結果に比べて 2 桁も成長率が小さくなることが示された。

しかし、質量比をより大きくして、$m_i/m_e = 100$ のシミュレーションでもキンクタイプの不安定性が励起されることが確認された。

[*Horiuchi and Sato* [**1999**]]

LHDI の非線型効果によってカレントシートが薄くなり、DKI の成長率が増大する。

[*Hesse et al.* [**1998**] **&** *Hesse and Birn* [**2000**]]

励起されたのは DKI ではなくて KHI である。

[*Lapenta and Brackbill* [**2002**]]

シミュレーションで得られた KI は DKI ではない。LHDI の非線型効果によってカレントシートの端に速度勾配ができ、それによって KHI が励起される。

References

[1] Daughton, W., The unstable eigenmodes of a neutral sheet, *Phys. Plasmas*, **6**, 1329-1343, 1999.

[2] Harris, E. G., On a plasma sheath separating regions of oppositely directed magnetic field, *Nuovo Cimento*, **23**, 115-121, 1962.

[3] Hesse, M., D. Winske, J. Birn, and M. M. Kuznetsova, Predictions and explanations of plasma sheet dissipation processes: Current sheet kinking, in *SUBSTORM-4*, p.437, edited by S. Kokubun and Y. Kamide, Kluwer, Dordrecht, 1998.

[4] Hesse, M. and J. Birn, Near- and mid-tail current flow during substorms: Small and large-acale aspects of current disruption in magnetospheric current systems, in *Geophys. Monograph 118*, p295, edited by S. Ohtani, R. Fujii, M. Hesse, and R. Lysak, AGU, Washington, DC, 2000.

[5] Horiuchi, R. and T. Sato, Three-dimensional particle simulation of plasma instabilities and collisionless reconnection in a current sheet, *Phys. Plasmas*, **6**, 4565-4574, 1999.

[6] Lapenta, G. and J. U. Brackbill, Nonlinear evolution of the lower hybrid drift instability: Current sheet thinning and kinking, *Phys. Plasmas*, **9**, 1544-1554, 2002.

[7] Pritchett, P. L. and F. V. Coroniti, The role of the drift kink mode in destabilizing thin current sheets, *J. Geomag. Geoelectr.*, **48**, 833-844, 1996.

[8] Toichi, T., Two-dimensional equilibrium solution of the plasma sheet and its application to the problem of the tail magnetosphere, *Cosm. Electrodyn.*, **3**, 81-96, 1972.

[9] Zhu, Z. and R. M. Winglee, Tearing instability, flux ropes, and the kinetik current sheet kink instability in the Earth's magnetotail: A three-dimensional perspective from particle simulations, *J. Geophy. Res.*, **101**, 4885-4897, 1996.

Contents